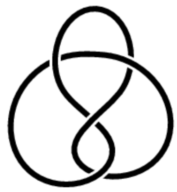
Universität Augsburg
18. September 2013

Pizzaseminar zur Knotentheorie
2. Übungsblatt

Aufgabe 1. *Kauffman-Klammer und Jones-Polynom in einem konkreten Beispiel*

Berechne Kauffman-Klammer und Jones-Polynom des Achterknotens.


Achterknoten

Aufgabe 2. *Kauffman-Klammer und Jones-Polynom unter Spiegelung*

Beweise die Identitäten

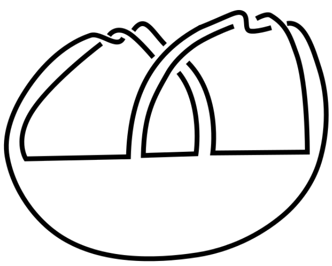
$$\langle \bar{D} \rangle = \overline{\langle D \rangle} \qquad \text{und} \qquad V(\bar{D}) = \overline{V(D)}.$$

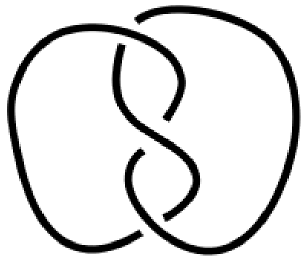
Hierbei ist D ein Diagramm (eine reguläre Projektion eines Knotens oder einer Verschlingung auf $\mathbb{R}^2$) und $\bar{D}$ das an einer Achse des $\mathbb{R}^2$ gespiegelte Diagramm. Außerdem beizeichnet $\overline{P}$ das Laurant-Polynom, das aus $P \in \mathbb{Z}[A, A^{-1}]$ durch Vertauschen von A und A^{-1} entsteht.

Hinweis: Definiere das Polynom $\overline{\langle \cdot \rangle}$ durch Regeln analog zur Kauffman-Klammer.

Aufgabe 3. *Reidemeister-Bewegungen*

Die Bilder zeigen die Ränder der Seifert-Flächen des Kleeblattknotens. Benutze die Reidemeister-Bewegungen, um zu zeigen, dass es tatsächlich Kleeblattknoten sind.





Aufgabe 4. *Seifert-Flächen beliebig hohen Geschlechts*

Sei K ein Knoten mit einer Seifert-Fläche des Geschlechts g. Zeige, dass K auch eine Seifert-Fläche des Geschlechts $g + 1$ hat.

Aufgabe 5. *Knoten vom Geschlecht Null*

Zeige, dass jeder Knoten mit Geschlecht Null (das heißt, dass es eine in $\mathbb{R}^3$ eingebettete Kreisscheibe gibt, deren Rand der Knoten ist) äquivalent zum Unknoten ist.

Hinweis: Approximiere den Knoten durch Polygonzüge und verändere ihn dann innerhalb der Scheibe.