

Pizzaseminar zu erzeugenden Funktionen 4. Übungsblatt

Aufgabe 1: *Die negative Binomialverteilung*

Berechne die wahrscheinlichkeitserzeugende Funktion der negativen Binomialverteilung.

Aufgabe 2: *Aussterbewahrscheinlichkeit bei geometrischer Verteilung*

Sei bei einem Galton–Watson-Prozess die Zufallsgröße C der Anzahl Nachkommen geometrisch verteilt mit Trefferwahrscheinlichkeit p . Berechne die Aussterbewahrscheinlichkeit.

Hinweis: Die wahrscheinlichkeitserzeugende Funktion von C ist $G_C(s) = \frac{ps}{1-qs}$.

Aufgabe 3: *Simulation von Galton–Watson-Prozessen*

Entwerfe in der Programmiersprache deiner Wahl ein Programm zur Simulation von Galton–Watson-Prozessen. Verwende als Verteilung der Nachkommenszahl C deine Lieblingsverteilung.

Aufgabe 4: *Allgemeine Theorie zu Galton–Watson-Prozessen*

Beweise die im Vortrag nur noch angegebene Proposition über Galton–Watson-Prozesse: Ist $P(C = 0) > 0$, so ist die Aussterbewahrscheinlichkeit genau dann 1, wenn der Erwartungswert von C kleiner oder gleich 1 ist.

Tipp: Unterscheide die Fälle $G'_C(1) > 1$ und $G'_C(1) \leq 1$. Skizziere in beiden Fällen die Funktion G_C auf $[0, 1]$. Verwende den Satz von Rolle, um anschauliche Intuition rigoros machen zu können.