

Pizzaseminar zum Vier-Farben-Satz 7. Übungsblatt

Der Vier-Farben-Satz lässt sich auf viele verschiedene äquivalente Art und Weisen formulieren. Eine völlig verblüffende Variante ist folgende:

Betrachte zwei beliebige Klammerungen des Kreuzprodukts einer endlichen Familie von Vektoren im \mathbb{R}^3 , wie zum Beispiel

$$L = a \times (b \times ((c \times d) \times e)) \quad \text{und} \quad R = ((a \times b) \times c) \times (d \times e).$$

Dann kann man den Variablen a, b, c, \dots auf eine solche Art und Weise Werte aus $\{e_1, e_2, e_3\}$ zuweisen, sodass $L = R$ gilt und beide Seiten ungleich Null sind.

Zeige, dass aus dem Vier-Farben-Satz diese Aussage über die Assoziativität des Kreuzprodukts folgt.

Tipp: Wie wir im Vortrag gesehen haben, ist der Vier-Farben-Satz äquivalent zu Aussage, dass jeder brückenlose, planare und kubische Graph eine 3-Kantenfärbung besitzt.