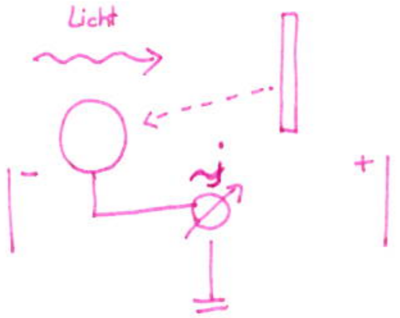

$$E = \hbar\omega = h\cdot f$$

$$F = m\cdot a \qquad F = m\ddot{x}$$

1. Wellengleichung des Lichts $e^{i\varphi}$

ebene Welle: T- period. in der Zeit

λ- period. im Ort

$$\psi(t,x) = A\cdot e^{\left(2\pi i\frac{x}{\lambda} - 2\pi i\frac{t}{T}\right)} \qquad \frac{2\pi}{\lambda} = k \qquad \frac{2\pi}{T} = \omega$$

$$\psi(t,x) = A\, e^{i(kx-\omega t)} \qquad E = \hbar\omega \qquad E_{ges} = \sqrt{\cancel{m_0^2} c^4 + p^2c^2}$$

$$E = p\cdot c \Rightarrow p = \frac{E}{c} = \hbar k$$

$$\frac{d}{dt}(kx - \omega t) \overset{!}{=} 0$$

$$\dot{x} = \frac{\omega}{k}$$

$$p = \frac{E_{kin}}{c}, \quad p = \hbar k$$

$$\psi(t,x) = A\, e^{i\left(\frac{p}{\hbar}x - \frac{E_{kin}}{\hbar}t\right)} = A e^{i\left(\frac{p}{\hbar}x - \frac{p^2}{2m\hbar}t\right)}$$

$$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$$

$$\frac{\partial\psi(t,x)}{\partial t} = \psi(t,x)\cdot\left(-i\frac{p^2}{2m\hbar}\right)$$

$$\frac{\partial\psi(t,x)}{\partial x} = \psi(t,x)\,\frac{p}{\hbar}$$

$$\frac{\partial^2\psi(t,x)}{\partial x^2} = \psi(t,x)\cdot\frac{p^2}{\hbar^2} = -\frac{2m}{\hbar^2}\frac{p^2}{2m}\psi(t,x)$$

$$E_{kin}\psi = \frac{\hbar^2}{-2m}\frac{\partial^2\psi(t,x)}{\partial x^2}$$

$$E\psi = \underbrace{\left(\frac{-\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x)\right)\psi(t,x)}$$

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(t,x) =$$

$$F_g = m\cdot g \qquad V(x) = m\cdot g\cdot x$$

L·A

2. Messungen in der QM

klass. Physik Messung $\to$ Zahl

Zustand d. Systems ändert sich nicht
(x, p)

qm: Messung $\to$ Zahl; kann Zustand d. Systems ändern

$$(\Delta x)(\Delta p) \gtrsim \hbar$$

3. Operatoren

Messungen:
- ändert den Systemzustand
- soll reelle Werte liefern
- müssen i. A. nicht kommutieren
- sollen linear sein (Superpositionsprinzip)

$\to$ hermitesche Matrizen $\overline{(A^T)} = A$

Kommutator: $[A,B] = AB - BA$

$\hookrightarrow$ (Addition feste Fkt), Ableiten, Integrieren, Multiplikation mit feste Fkt.

4. Operatoren in der QM wirken auf Funktion

$\to \infty$-dim. VR über $\mathbb{C}$

wie in endl.-dim. VR: bastele ONB und entwickle darin Fkt.

$$\langle f, g\rangle = \int_a^b \overline{f(x)}\, g(x)\, dx \qquad a,b \in \hat{\mathbb{R}}$$

$1, x, x^2, \dots$

e^{ikx}, $k \in \mathbb{Z}$

$\langle a|b\rangle$ bracket $\langle a|$ bra $|b\rangle$ ket $|a\rangle \dashrightarrow \langle \bar{a}^*|$ Riesz-Isom.

$$\sum_n |a_n\rangle\langle a_n| = \mathbb{1}$$

Basisvektoren $|x\rangle \Rightarrow \langle x|x'\rangle = 0$, $x \neq x'$ $\int |x\rangle\langle x|\, dx = \mathbb{1}$

$\langle x|f\rangle = f(x)$

$$\langle x|f\rangle = \langle x|\mathbb{1} f\rangle = \int \langle x|x'\rangle \underbrace{\langle x'|f\rangle}_{f(x')} dx' = \int_{x-\varepsilon}^{x+\varepsilon} \langle x|x'\rangle f(x')\, dx'$$

δ- Distr.

annähern durch Gauß Glocke

$$\int_a^b \delta(x-c) f(x)\,dx = \begin{cases} f(c), & c \in (a,b) \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\int_a^b \delta'(x-c) f(x)\,dx = \begin{cases} (-)f'(c)\ ?, & c \in (a,b) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$-\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} dk\, e^{ik(x-x')} = \delta(x-x')$$

Diff. Operator : $D|f\rangle = |\frac{df}{dx}\rangle$

$D_{xx'} = \langle x|D|x'\rangle$

$\langle x|D|f\rangle = \dfrac{df(x)}{dx}$ $\qquad \dfrac{df(x)}{dx}$ $\; \| \cdot$

$\langle x|D|f\rangle = \int \langle x|D|x'\rangle\langle x'|f\rangle\,dx' = \int D_{xx'} f(x')\,dx'$

$\Rightarrow D_{xx'} = \delta(x-x')\frac{d}{dx} \qquad D_{x'x} = -D_{xx'}$

$-iD = K$ hermitesch

Eigenfkt: $K|k\rangle = k|k\rangle$

$|k\rangle$ Eigenfkt. zu EW k von K

$\langle x|K|k\rangle = k\underbrace{\langle x|k\rangle}_{\psi_k(x)}$

$\langle x|K|k\rangle = \int \langle x|K|x'\rangle\langle x'|k\rangle\,dx' = -i\frac{d}{dx}\langle x|k\rangle$

$ik\,\psi_k(x) = \frac{d}{dx}\psi_k(x)$ $\qquad p = \hbar K \qquad \mathcal{H} = \frac{p^2}{2m} + V(x)$

$\psi_k(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{ikx}$

$$\underbrace{H = \frac{P^2}{2m} + V(X)}_{\text{hermitesch}}$$

:) Postulate der QM $\qquad X|f\rangle = |xf\rangle$

1. Der Zustand eines Teilchens wird durch die Fkt. ψ im Hilbertraum beschrieben
2. klass. Größen $\omega(x,p) \leftrightarrow$ Operatoren $\Omega(X,P)$
   $e^x \qquad e^X = 1 + X + \ldots$
3. Teilchen im Zustand $\psi \Rightarrow$ Messung kann nur Eigenwerte des zugeh. Operators liefern mit WSK $|\langle\omega|\psi\rangle|^2$ $\qquad \int_{\mathbb{R}} |\psi(x)|^2 = 1$

Messung kann Zustand ändern

$|\psi\rangle = |w_0\rangle$ (4)

$\langle w_0|\psi\rangle = \langle w_0|w_0\rangle = 1$

4. SG