~~Isom~~ Isometrie:

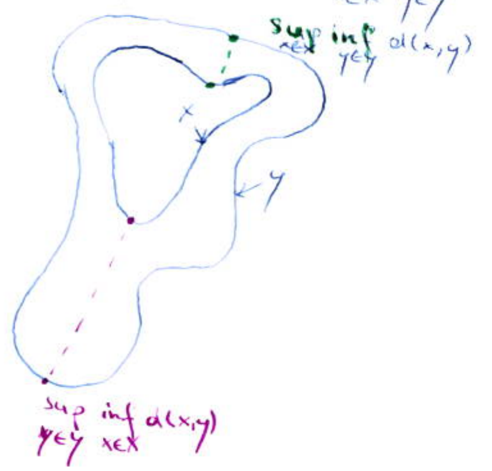
Seien $(\mathcal{M}_1, d_1)$, $(\mathcal{M}_2, d_2)$ metrische Räume und $f: \mathcal{M}_1 \to \mathcal{M}_2$ Abb. mit
$d_2(f(x), f(y)) = d_1(x,y) \quad \forall x,y \in \mathcal{M}_1$,
dann heißt f Isometrie von $\mathcal{M}_1$ nach $\mathcal{M}_2$.

Eigenschaften:
- f ist stets injektiv
- f bijektiv, dann heißt f isometrischer Isomorphismus; $\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2$ dann isometrisch isomorph
- f ist stets Lipschitz-stetig
- Isometrien eines euklidischen Raums erhalten auch Winkel, Flächeninhalt, Volumen

Isometrieklasse:

Hausdorff-Abstand:

Def.: X, Y nichtleere Teilmengen eines metrischen Raumes $(\mathcal{M}, d)$
$$d_H(X,Y) := \max\left\{ \sup_{x\in X} \inf_{y\in Y} d(x,y),\ \sup_{y\in Y} \inf_{x\in X} d(x,y) \right\}$$



Dazu äquivalent:
$d_H(X,Y) = \inf\{\varepsilon \geq 0 : X \subseteq Y_\varepsilon \text{ und } Y \subseteq X_\varepsilon\}$
wobei
$X_\varepsilon := \bigcup_{x\in X} \{z \in \mathcal{M} : d(z,x) \leq \varepsilon\}$

Gromov-Hausdorff-Metrik

Gromov-Hausdorff-Abstand ist der kleinstmögliche Hausdorff-Abstand, den die gegebenen Räume bei Einbettung in einen metrischen Raum haben können.

Seien X, Y kompakte metrische Räume. Dann ist der Gromov-Hausdorff-Abstand
$$d_{GH}(X,Y) := \inf\{ d_H(f(X), g(Y)) \mid f: X \to Z,\ g: Y \to Z \text{ isometrische Einbettungen}\}$$